

第2章 利率與利率的決定



金融市場概論·黃志典 著·前程文化 出版

前言

利率對日常生活與經濟體系的運作有舉足輕重的影響，個人的消費決定(選擇消費或是儲蓄)與資產配置決定(選擇持有債券或股票，或是持有銀行存款)，企業的經營決定(是否要擴充廠房、設備)與籌資決定(選擇發行股票或公司債或是向銀行借款)，都受到利率的影響。



本章綱要

- 利率的基本概念
- 利率的種類
- 名目利率與實質利率
- 利率的決定

附錄1：費雪方程式的推導

實務新知：如何衡量預期通貨膨脹率？



利率的基本概念

- 利率與時間偏好
- 現值與折現率
- 典型的債權工具



利率與時間偏好

- 借款人還給放款人的金額通常高於所借的金額，多出的部份稱為**利息**。
- 利息的多寡跟**借貸金額**及**借貸時間長短**有關。
 - 借貸金額越大，利息越多。
 - 借貸時間長短涉及金錢的「時間價值」。
- 金錢的時間價值來自於時間偏好：時間偏好是指經濟單位如果可以選擇現在的某個數量的商品(或金錢)與未來同等數量的商品(或金錢)，他會選擇現在的商品(或金錢)。



現值與折現率

- 現值(PV)與未來價值(FV)：
 - 如果現在的100元與1年後的110元有相同價值，則現在的100元稱為1年後的110元的「現值」或「折現值」(present discounted value, PDV)，而1年後的110元則稱為現在的100元的「未來價值」(future value, FV)，即：

$$PV = \frac{FV}{(1+i)} \quad , i \text{ 為折現率}$$



現值與折現率(續)

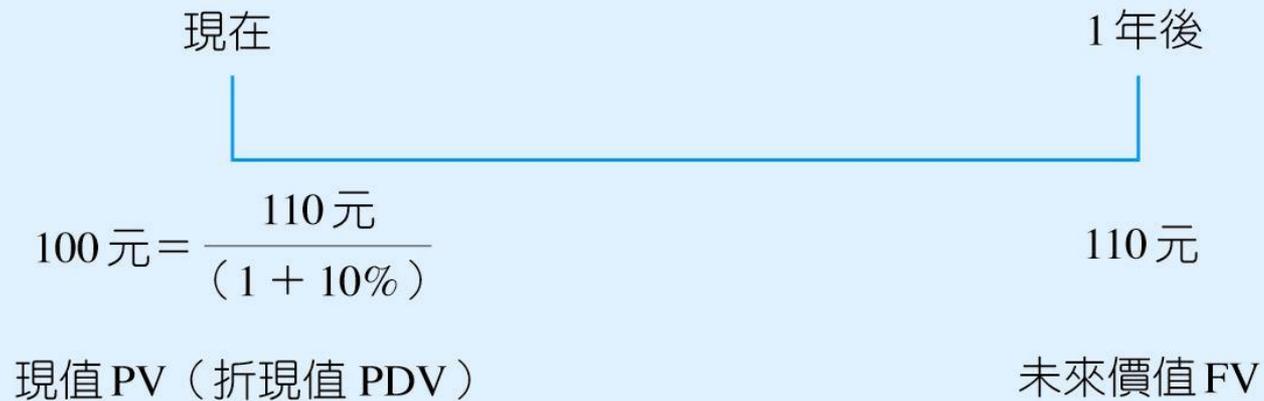


圖 2-1 現值與未來價值的關係



現值與折現率(續)

- 同理，現值PV與其n年後的未來價值 FV_n 的關係為：

$$PV = \frac{FV_n}{(1+i)^n}, \text{ } i \text{ 為折現率}$$

- 由於現在的100元與1年後的110元具有相同價值，因此，張三如果向李四借100元、借期1年，1年後張三應歸還110元，亦即張三與李四的借貸利率為10%。由此可知，利率其實也是折現率。



典型的債權工具

- 簡單貸款
- 定期定額償還貸款
- 付息票債券
- 零息票債券
- 永續債券



簡單貸款

- 簡單貸款是指借款人借得一筆本金，並於一段期間後償還一筆高於本金的資金。例如張三向銀行借得100萬元，並約定2年後還121萬元。



圖 2-2

簡單貸款的現金流量



定期定額償還貸款

- 定期定額償還貸款是指借款人借得一筆本金，每隔一定時間償還一定金額，直到約定日期為止。例如張三向銀行借得100萬元，並約定未來10年每年還15萬元。

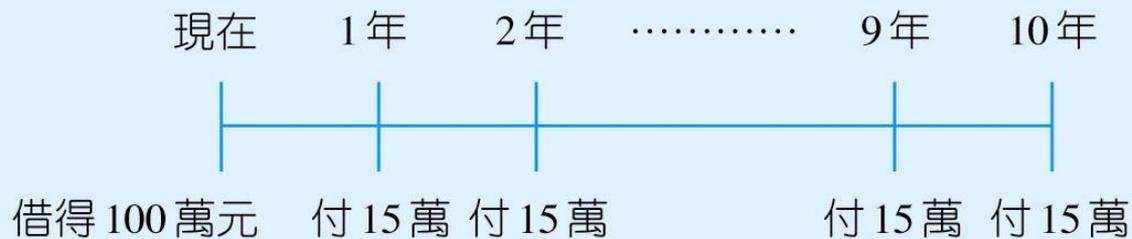


圖 2-3

定期定額償還貸款的現金流量

付息票債券

- 付息票債券是指附有息票的債券，發行人定期支付息票的面額，債券到期時支付債券的面額。例如一張面額為100萬元，10年後到期的債券，附有20張面額為5萬元、每半年到期的息票，發行價格為98萬元，則發行人必須每半年支付5萬元，並於10年後支付100萬元。



圖 2-4

付息票債券的現金流量



零息票債券

- 零息票債券是指沒有付息票的債券，發行人在到期日支付債券的面額。例如一張面額為100萬元，10年後到期的零息票債券，發行價格為50萬元，則發行人必須於10年後支付100萬元。



圖 2-5 零息票債券的現金流量



永續債券

- 永久債券是指沒有到期日的債券，發行人依照約定利率定期支付利息給債券持有人，直到永遠，例如一張面額為100萬元，利率為5%的永續債券，發行價格為98萬元，則發行人每年必須支付5萬元利息，直到永遠。



圖 2-6 永續債券的現金流量



利率的種類

- 利率的分類
- 債券工具的利率



利率的分類

在任何一個時間點上，在金融市場上出現的利率可能有數十個之多，依慣例，這些利率可區分為：

- 市場利率與銀行利率
- 短期利率與長期利率



市場利率與銀行利率

- 市場利率是指金融業拆款利率(金融同業間的短期借貸利率)、短期票券、債券與其他債權憑證的發行與交易利率。
- 銀行利率是指銀行的存款利率與放款利率。目前國內銀行的放款利率是以「基準利率」為基礎，基準利率是銀行給最優良客戶的短期放款利率，對一般客戶的放款利率則參考客戶信用狀況、申貸金額與期限、擔保品有無等因素加碼。



短期利率與長期利率

- 短期利率是到期期限小於1年的債權工具或資金融通之利率。
- 長期利率是到期期限大於1年的債權工具或資金融通之利率。



債權工具的利率

- 債權工具通常有三個利率：
 - 票面利率 (coupon rate)
 - 當期收益率 (current yield)
 - 到期收益率 (yield to maturity)



票面利率

- 票面利率是指債權工具上記載的利率，借款人按此一利率支付利息給放款人：

$$\text{票面利率} = \frac{\text{債權工具支付的年息}}{\text{債權工具的面額}} \times 100\%$$



當期收益率

- 當期收益率是指債權工具每年支付的利息除以市價所得到的利率：

$$\text{當期收益率} = \frac{\text{債權工具支付的年息}}{\text{債權工具的市價}} \times 100\%$$



到期收益率

- 到期收益率是指使債權工具每期給付的現金流量折現值的總和等於債權工具價格的折現率。到期收益率是投資人將債權工具持有到到期日所得到的實際收益率(投資報酬率)，一般所說的利率是指到期收益率。

$$P_t = \frac{C_{t+1}}{(1+i_t)} + \frac{C_{t+2}}{(1+i_t)^2} + \dots + \frac{C_{t+n} + F}{(1+i_t)^n}$$

式中， P_t ：債券在第t期的價格

C_{t+1} 、 C_{t+2} 、 \dots 、 C_{t+n} ：債券在第1期、第2期、 \dots 、第n期支付的利息

n：債券到期年數

F：債券面額

i_t ：到期收益率



到期收益率：例題

面額為3萬元、票面利率為10%、5年到期的債券，如果債券的價格恰好等於面額(稱為平價)，則其到期收益率可由下式求出：

$$30,000 = \frac{3,000}{(1+i_t)} + \frac{3,000}{(1+i_t)^2} + \dots + \frac{3,000}{(1+i_t)^5} + \frac{30,000}{(1+i_t)^5}$$

求出的到期收益率 i_t 為10%。

- 如果債券的價格為25,000，亦即債券的價格低於面額(稱為折價)，則求出的到期收益率為14.97%。
- 如果債券的價格為35,000，亦即債券的價格高於面額(稱為溢價)，則求出的到期收益率為6.04%。



到期收益率(續)

- 由以上例子可知：
 - 債券溢價時，到期收益率低於票面利率。
 - 債券平價時，到期收益率等於票面利率。
 - 債券折價時，到期收益率高於票面利率。



零息債券的到期收益率

- 零息票債券只在到期時支付面額，故其到期收益率公式為：

$$P_t = \frac{F}{(1+i_t)^n}$$

式中， P_t ：債券價格
F：債券面額
n：債券到期年數
 i_t ：到期收益率



永續債券的到期收益率

- 永續債券定期支付利息C，但不支付面額F，故其到期收益率公式為：

$$P_t = \frac{C}{(1+i_t)} + \frac{C}{(1+i_t)^2} + \frac{C}{(1+i_t)^3} + \dots + \frac{C}{(1+i_t)^\infty} = \frac{C}{i_t} \quad \text{或者} \quad i_t = \frac{C}{P_t}$$

式中， P_t ：永續債券的價格

C：永續債券每年支付的利息

i_t ：到期收益

- 已知債券的當期收益率等於債券每年支付的利息(C)除以債券價格(P)，因此，**永續債券的到期收益率恰好等於當期收益率。**



到期收益率(續)

- 到期收益率可以衡量投資人持有債權工具至到期日的實際收益率(投資報酬率)。
- 投資人如果在到期日之前賣出債權工具，則他只得到債權工具在持有期間所給付的現金流量，投資人得到的實際收益率(投資報酬率)是使這些現金流量的折現值的總和等於買進價格的折現率，不一定等於投資人買進債權工具時的到期收益率。



到期收益率與實際收益率：例題

- 一張面額為3萬元、票面利率為10%、5年後到期的債券，如果投資人買進債券的價格恰好等於3萬元，則投資人買進這張債券時的到期收益率為多少？
- 如果投資人在收到第1年的債息後就把債券賣掉，賣價為28,500元，則投資人持有這張債券的實際收益率為多少？
- 投資人得到的實際收益率和買進債券時的到期收益率相等嗎？



到期收益率與實際收益率：例題解答

- 由於債券為平價，可知買進時的到期收益率為10%。
- 投資人持有這張債券的實際收益率可由下式求出：

$$30,000 = \frac{3,000}{(1 + i_t')} + \frac{28,500}{(1 + i_t')}$$

- 實際收益率 i_t ，為5%，實際收益率與買進債券時的到期收益率不相等。



到期收益率與債券價格

- 債券的到期收益率與價格呈反向變動關係。
- 到期收益率變動相同幅度，期限越長的債券，價格變動幅度越大。例如A債券與B債券的到期期限分別為20年與10年，到期收益率都是6%，如果，到期收益率都上漲到7%，則A債券的價格下跌幅度將大於B債券。
- 投資人買進債券，相當於以買進時的到期收益率將資金貸放出去直到債券到期為止，當債券的到期收益率由6%上漲到7%，債券持有人相當於每年少收1%的利息。債券的到期期限越長，持有人累計少收的利息越多，損失越大，因此，債券的價格下跌幅度越大。



名目利率與實質利率

- 名目利率 (nominal interest rate)
 - 名目利率是指以貨幣表示的利率。我們日常生活接觸的利率大多是名目利率。
- 實質利率 (real interest rate)
 - 實質利率是指以商品表示的利率。例如，張三向李四借10根香蕉，1年後歸還11根香蕉，香蕉借貸利率為10%，這個利率便是實質利率。



名目利率與實質利率(續)

- 影響借貸雙方利益的是實質利率，不是名目利率。
- 例如張三向李四借100元，1年後歸還110元，名目利率為10%。
- 如果現在香蕉價格為10元，1年後為20元，則張三相當於借10根香蕉，1年後只歸還5.5根香蕉，實質利率為-45%。
- 上述的借貸關係可用圖7表示：

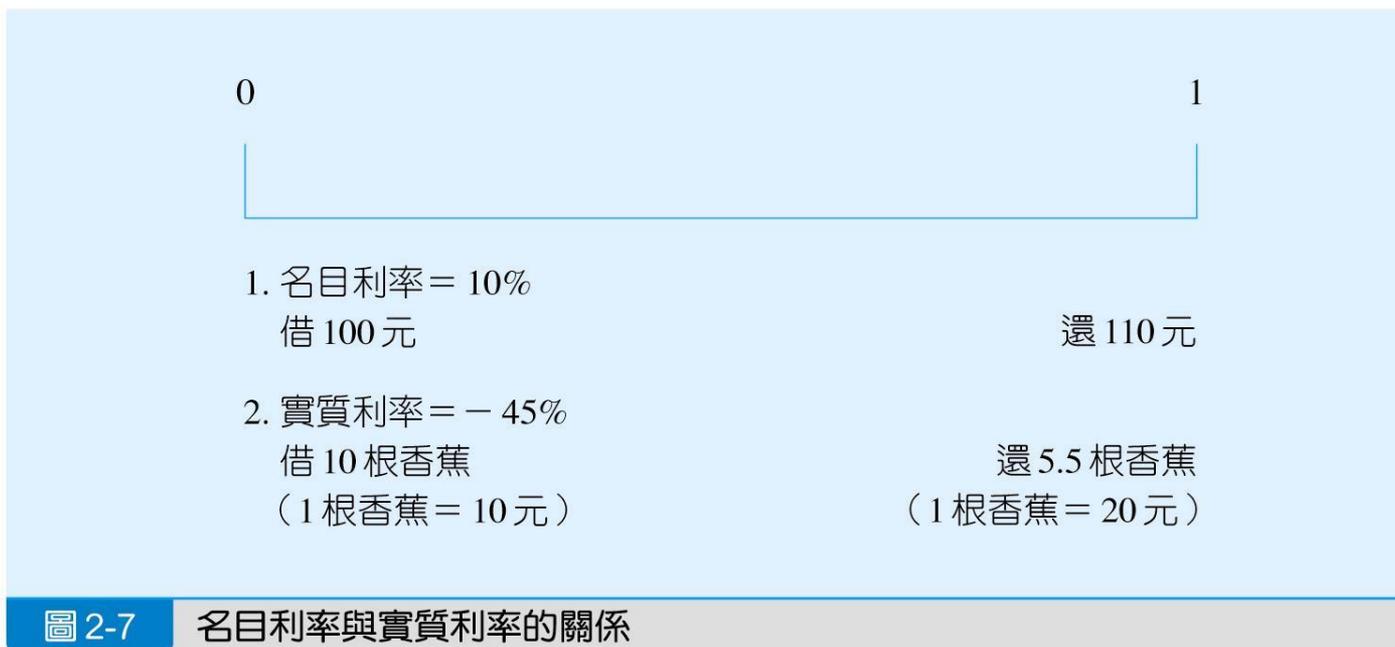


圖 2-7

名目利率與實質利率的關係



費雪方程式

- 二十世紀初的美國經濟學家費雪(Irving Fisher)證明名目利率與實質利率、預期通貨膨脹率的關係可表達如下：

$$i_t \cong r_t + \pi_{t+1}^e$$

- 上式稱為費雪方程式 (Fisher Equation)。
- 涵義：名目利率包含兩個部份，一個是實質利率，另一個是為了彌補通貨膨脹對放款人造成之損失而給予的補償。



利率的決定

說明名目利率是如何決定的理論有：

- 可貸資金理論(loanable funds theory)
- 流動性偏好理論(liquidity preference theory)



可貸資金理論

- 將利率視為借入資金的成本與貸放資金的報償，亦即利率是「借貸資金的價格」，並由資金的供給與需求決定。
- 由債券的供給與需求可以求得債券的均衡價格，進而求得均衡利率。債券的供給與需求可視為資金的需求與供給，因此，經由債券供需變動探討利率變動的分析架構又稱為「可貸資金理論」。

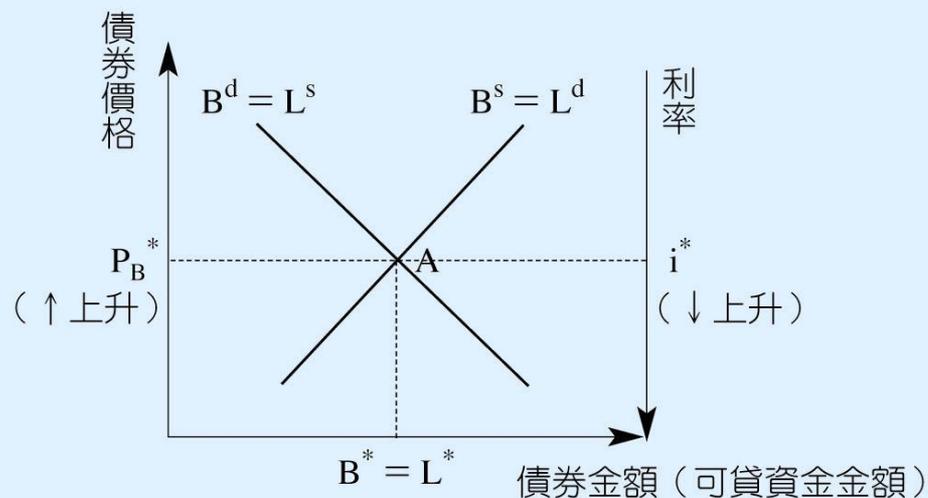


可貸資金理論(續)

- 債券價格越高，債券供給越大。
 - 利率和債券供給呈反向關係，利率越高，債券供給越小。
- 債券價格越高，債券需求越小。
 - 利率和債券需求呈正向關係，利率越高，債券需求越大。



債券供需與債券價格的關係

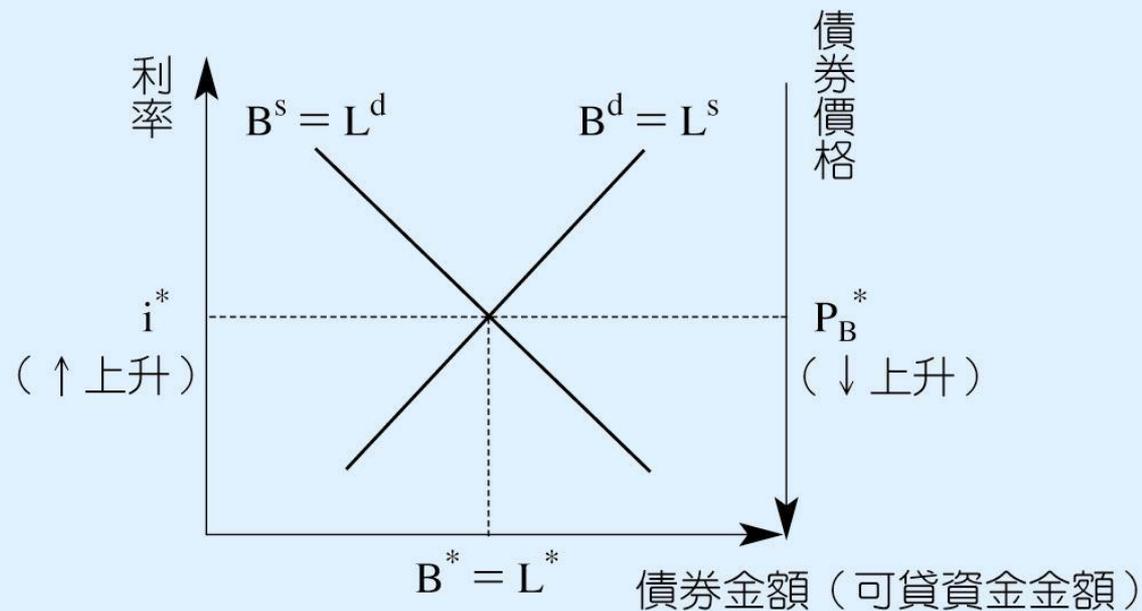


說明：債券供給 (B^s) 與債券價格 (P_B) 呈正向關係，債券價格越高，債券供給越大。債券需求 (B^d) 與債券價格 (P_B) 呈反向關係，債券價格越高，債券需求越小。資金供給 (L^s) 與利率 (i) 呈同向關係，利率越高，資金供給越大。資金需求 (L^d) 與利率 (i) 呈反向關係，利率越高，資金需求越小。在 A 點， $B^s = B^d$ (即 $L^d = L^s$)， P_B^* 、 B^* 分別為債券的均衡價格與數量。由 P_B^* 可得均衡利率 i^* 。

圖 2-10 債券供需與債券價格的關係



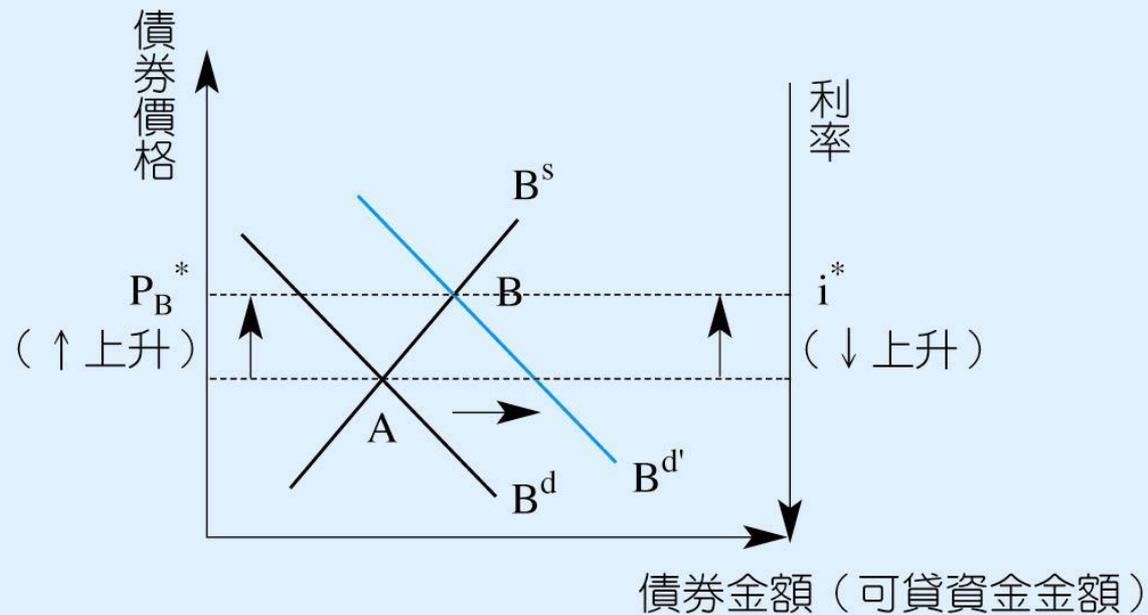
資金供需與利率的關係



說明：資金供給 (L^s) 與利率 (i) 呈同向關係，利率越高，資金供給越大。資金需求 (L^d) 與利率 (i) 呈反向關係，利率越高，資金需求越小。

圖 2-11 資金供需與利率的關係

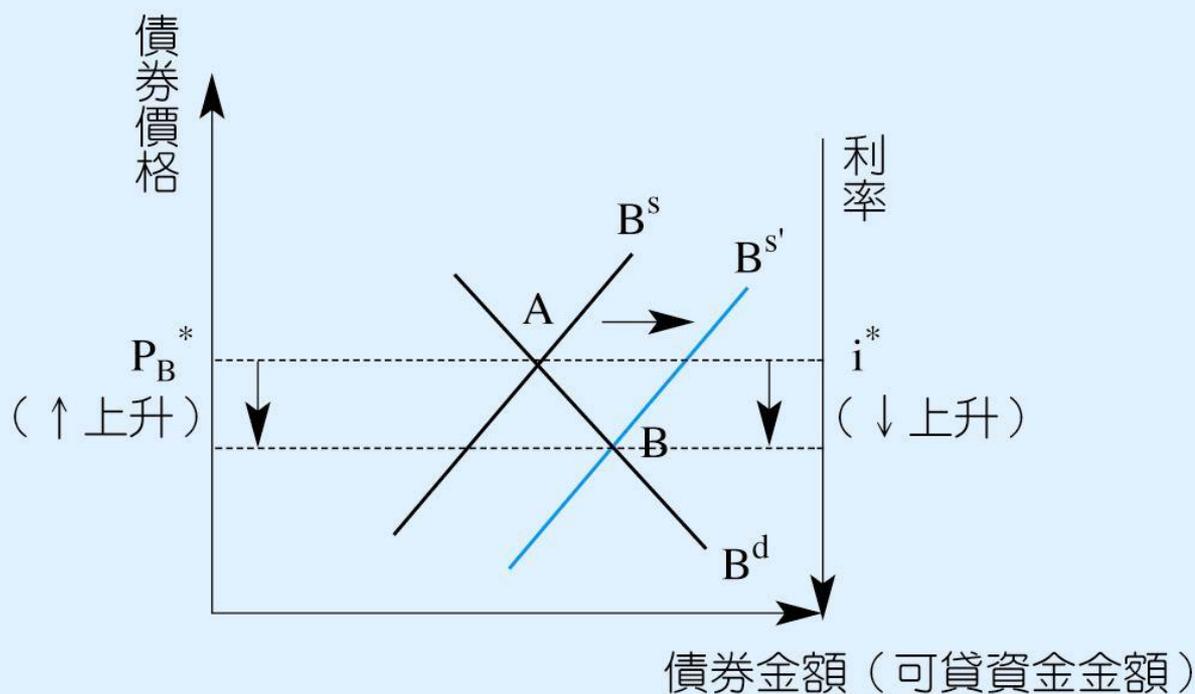
債券需求變動對均衡利率的影響



說明：債券需求增加， B^d 右移，均衡點由 A 移至 B，債券價格上升、均衡利率下跌。

圖 2-12 債券需求變動對均衡利率的影響

債券需求變動對均衡利率的影響



說明：債券供給增加， B^s 右移，均衡點由 A 移至 B，債券價格下跌、均衡利率上升。

圖 2-13 債券供給變動對均衡利率的影響

使債券需求(可貸資金供給)變動的因素

- 影響人們購買債券的因素有財富、預期通貨膨脹率、其他資產的預期報酬率、風險、流動性等。



財富

- 當財富增加，人們對債券的需求將會增加，債券需求線右移，造成債券價格上漲、均衡利率下跌。
- 上述關係可以使用流程圖表示如下：
 - 財富↑、債券需求↑
 - 債券需求右移
 - 債券價格↑、均衡利率↓



預期通貨膨脹率

- 通貨膨脹會使本金與利息的購買力下跌，因此，當預期通貨膨脹率上升，人們對債券的需求將會減少，債券需求線左移，造成債券價格下跌、均衡利率上升。
- 上述關係可以使用流程圖表示如下：
 - 預期通膨率↑
 - 債券需求↓
 - 債券需求線左移
 - 債券價格↓、均衡利率↑



其他資產的預期報酬率

- 當其他資產的預期報酬率上升，人們對債券的需求將會減少，債券需求線左移，造成債券價格下跌、均衡利率上升。
- 上述關係可以使用流程圖表示如下：
 - 其他資產的預期報酬率↑
 - 債券的吸引力↓
 - 債券需求↓
 - 債券需求線左移
 - 債券價格↓、均衡利率↑



風險

- 當債券的倒帳風險上升，人們對債券的需求將會減少，債券需求曲線左移，造成債券價格下跌、均衡利率上升。
- 同理，當其他資產的風險上升，人們對債券的需求將會增加，債券需求線右移，造成債券價格上漲、均衡利率下降。
- 上述關係可以使用流程圖表示如下：

債券倒帳風險↑→債券需求↓

→債券需求線左移→債券價格↓、均衡利率↑

其他資產風險↑→債券需求↑→債券需求線右移

→債券價格↑、均衡利率↓



流動性

- 當債券的流動性提高，人們對債券的需求將會增加，債券需求線右移，造成債券價格上漲、均衡利率下降。
- 上述關係可以使用流程圖表示如下：
 - 債券流動性↑
 - 債券需求↑
 - 債券需求線右移
 - 債券價格↑、均衡利率↓



使債券需求(可貸資金供給)變動的因素

表 2-3 各項因素對債券需求及均衡利率的影響

影響因素	因素的變動方向	債券需求 (B^d) 與可貸資金供給 (L^s) 的變動方向	債券價格 (P_B) 與均衡利率 (i) 的變動方向
財富	↑	$B^d \uparrow ; L^s \uparrow$	$P_B \uparrow ; i \downarrow$
預期通貨膨脹率	↑	$B^d \downarrow ; L^s \downarrow$	$P_B \downarrow ; i \uparrow$
其他資產的預期報酬率	↑	$B^d \downarrow ; L^s \downarrow$	$P_B \downarrow ; i \uparrow$
債券的倒帳風險	↑	$B^d \downarrow ; L^s \downarrow$	$P_B \downarrow ; i \uparrow$
其他資產的風險	↑	$B^d \uparrow ; L^s \uparrow$	$P_B \uparrow ; i \downarrow$
債券的流動性	↑	$B^d \uparrow ; L^s \uparrow$	$P_B \uparrow ; i \downarrow$



債券供給(可貸資金需求)變動的因素

- 影響債券供給的因素主要有政府的財政赤字、投資計畫的預期獲利與預期通貨膨脹率。



財政赤字

- 當財政赤字(fiscal deficit)增加，政府可能發行公債融通赤字，因此，債券供給線右移，造成債券價格下跌、均衡利率上升。
- 上述關係可以使用流程圖表示如下：

財政赤字↑

→發行公債融通赤字

→債券供給↑

→債券供給線右移

→債券價格↓、均衡利率↑



投資計劃的預期獲利

- 當投資計劃(例如擴廠與新產品的推出)的預期獲利上升，企業發行債券借入資金以進行投資的意願增加，債券的供給將增加，債券供給線右移，造成債券價格下跌、均衡利率上升。
- 上述關係可以使用流程圖表示如下：
 - 投資計畫的預期獲利↑
 - 企業發行債券以進行投資的意願↑
 - 債券供給↑→債券供給線右移
 - 債券價格↓、均衡利率↑



預期通貨膨脹率

- 通貨膨脹會使實質借款成本減少，因此，當預期通貨膨脹率上升，債券的供給將會增加，債券供給線右移，造成債券價格下跌、均衡利率上升。
- 上述關係可以使用流程圖表示如下：
 - 預期通貨膨脹率↑
 - 實質借款成本↓
 - 債券供給↑ → 債券供給線右移
 - 債券價格↓、均衡利率↑



使債券供給(可貸資金需求)變動的因素

表 2-4 各項因素對債券供給及均衡利率的影響

影響因素	因素的變動方向	債券供給 (B^s) 與可貸資金需求 (L^d) 的變動方向	債券價格 (P_B) 與利率 (i) 的變動方向
財政赤字	↑	$B^s \uparrow ; L^d \uparrow$	$P_B \downarrow ; i \uparrow$
投資計畫的預期獲利	↑	$B^s \uparrow ; L^d \uparrow$	$P_B \downarrow ; i \uparrow$
預期通貨膨脹率	↑	$B^s \uparrow ; L^d \uparrow$	$P_B \downarrow ; i \uparrow$



流動性偏好理論

- 貨幣的流動性比其他資產高，人們因為偏好流動性才願意捨棄收益高的資產轉而持有貨幣，因此，凱因斯的貨幣需求理論又稱為「流動性偏好理論」。
- 凱因斯認為人們持有貨幣動機主要有三個：
 - 交易動機
 - 預防動機
 - 投機動機



因交易動機而產生的貨幣需求

- 交易動機是指人們為了交易的需求而持有貨幣，交易動機產生的貨幣需求與交易規模呈同向變動關係。交易規模越大，人們需要持有的貨幣越多，亦即：

實質所得或物價↑

→ 交易規模↑

→ 交易性貨幣需求↑



因預防動機而產生的貨幣需求

- 預防動機是指人們為了預防臨時需要的交易，例如醫療費用、臨時起意的消費，而持有貨幣。預防性的貨幣需求取決於預期發生的交易規模，而這種交易規模與實質所得及物價呈同向關係，亦即：

實質所得或物價↑

→ 預期發生的交易規模↑

→ 預防性貨幣需求↑



因投機動機而產生的貨幣需求

- 當利率偏高時，大眾預期將來利率下跌、債券價格上升的可能性較大，因此不願意再持有貨幣，而轉而購買債券；反之，當利率偏低時，大眾預期將來利率上升、債券價格下跌的可能性較大，因此願意持有貨幣以備將來買進債券，亦即：

利率過高 → 預期利率 ↓ (預期債券價格 ↑)
→ 購買債券 → 投機性貨幣需求 ↓

利率過低 → 預期利率 ↑ (預期債券價格 ↓)
→ 保有現金 → 投機性貨幣需求 ↑



貨幣需求函數

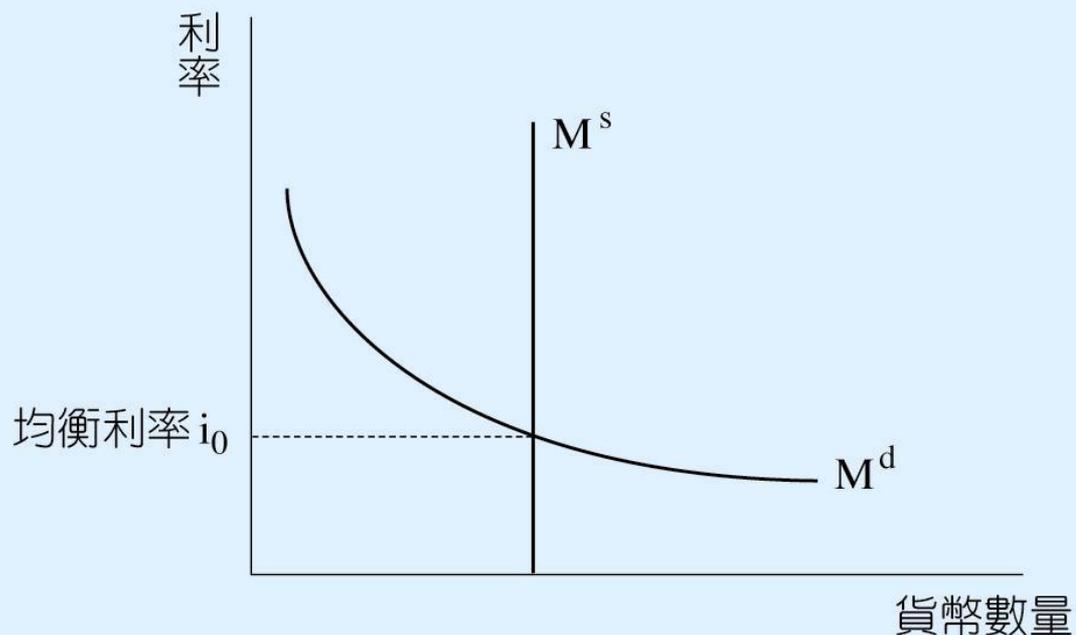
貨幣需求與實質所得及物價呈同向變動關係，與利率呈反向變動關係：

$$M^d = M^d (P \underset{+}{Y}, \underset{-}{i})$$

式中， M^d ：貨幣需求
P：物價水準
Y：實質所得
i：名目利率



流動性偏好理論(續)

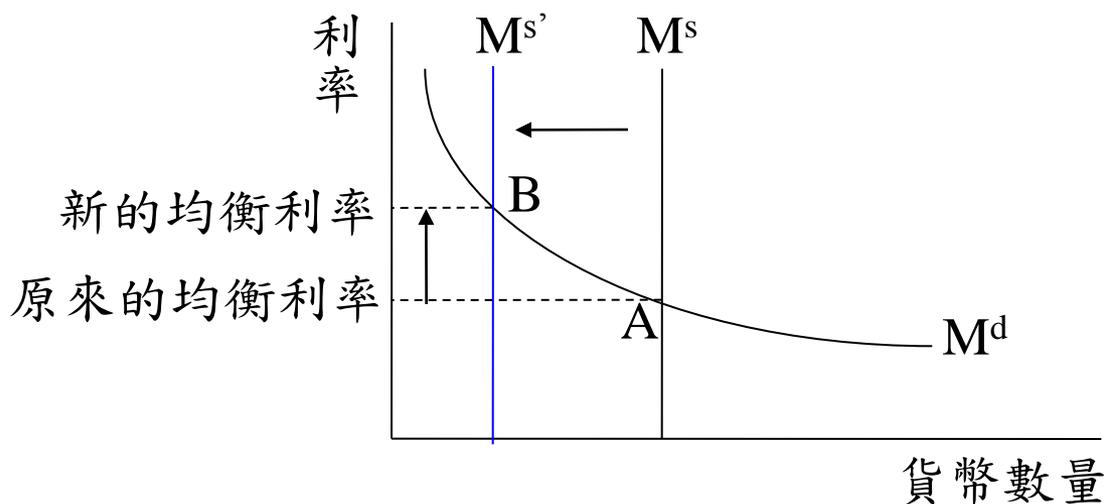


說明：貨幣供給完全由中央銀行決定，所以貨幣供給線 M^s 為一條垂直線，而貨幣需求與利率呈反方向變動，所以貨幣需求線 M^d 的斜率為負。

圖 2-14 貨幣供給線與貨幣需求線

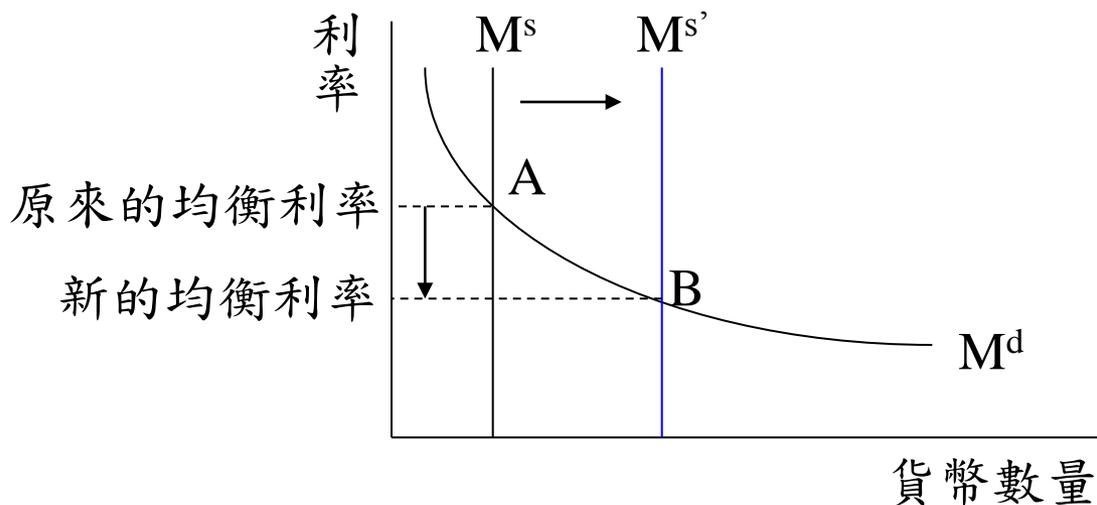
貨幣供給與均衡利率的變動

- 貨幣供給減少，均衡利率上升。



貨幣供給與均衡利率的變動(續)

- 貨幣供給增加，均衡利率下跌。



附錄1：費雪方程式的推導

- 假設香蕉是代表性產品，現在的價格為 P_t ，大家預期在1年之後的價格為 P_{t+1}^e ，1年期的名目利率為 i_t ，則張三現在借出1元，1年後可收回 $1 \times (1+i_t)$ 元的本金與利息。以香蕉借貸的角度來看，現在張三借出1元相當於借出 $\frac{1}{P_t}$ 根香蕉，預期1年後收回 $\frac{1}{P_{t+1}^e} \times (1+i_t)$ 根香蕉，亦即以香蕉表示的本金 $\frac{1}{P_t}$ 為，而的本金與利息為 $\frac{1}{P_{t+1}^e} \times (1+i_t)$ 張三所得到的實質利率 r_t 和名目利率的關係可表達為：



附錄1：費雪方程式的推導(續)

$$\frac{1}{P_t} \times (1 + r_t) = \frac{1}{P_{t+1}^e} \times (1 + i_t) \quad (1)$$

上式可以重新表達為：

$$(1 + i_t) = (1 + r_t) \left(1 + \frac{P_{t+1}^e - P_t}{P_t}\right) = (1 + r_t)(1 + \pi_{t+1}^e) \quad (2)$$

將第(2)式展

開可得：

$$i_t = r_t + \pi_{t+1}^e + r_t \times \pi_{t+1}^e \quad (3)$$

當 r_t 與 π_{t+1}^e 不是很大時， $r_t \times \pi_{t+1}^e$ 可以忽略不計，亦即，

$$i_t \approx r_t + \pi_{t+1}^e \quad (4)$$



實務新知：如何衡量預期通貨膨脹率？

- 衡量預期通貨膨脹率的方法有兩種：
 - 第一種方法是根據到期日相同的一般債券與「物價指數連動債券」兩者的市場利率差距來衡量投資人對通貨膨脹的預期。
 - 第二種方法是直接對社會大眾或是經濟專家進行訪查，詢問他們對未來通貨膨脹率的預期。
- 第一種方法在台灣行不通，因為台灣並沒有發行「物價指數連動債券」。第二種方法在台灣行得通，但是台灣沒有人作。



實務新知：如何衡量預期通貨膨脹率?(續)

關於第一種方法

- 目前包括美國、加拿大與以色列等國家政府都有發行一種保證可以對抗通貨膨脹的債券，稱為「抗通膨公債」(TIPS)或是「物價指數連動債券」。
- 這種債券的本金是依照消費者物價指數調整，而利息則是按消費者物價指數調整後的本金乘上固定的利率計算。在這種設計下，不管通貨膨脹率有多高，債券持有人都可以獲得一定的實質利率。



實務新知：如何衡量預期通貨膨脹率?(續)

- 我們可以根據到期日相同的傳統公債與TIPS兩者的市場利率差距得出投資人對通貨膨脹的預期。
- 比方說
 - 5年期的傳統公債到期收益率是10%
 - 5年期的TIPS的到期收益率是7%我們利用「費雪方程式」可以得知投資人預期未來五年的物價每年平均將上漲3%。
- 由於政府公債的到期期限通常較長，金融市場上有各種不同到期日的政府公債，所以我們可以用這種方法來計算短期與長期的預期通貨膨脹率。



實務新知：如何衡量預期通貨膨脹率?(續)

關於第二種方法

- 衡量預期通貨膨脹率的機構，以美國密西根大學最為有名，密西根大學的調查研究中心每個月都會對數百個美國民眾進行調查，詢問他們對未來12個月的通貨膨脹率預期。
- 另外，聯邦準備銀行費城分行對針經濟專家進行訪查，詢問他們對未來12個月的通貨膨脹率預期。

